

Capítulo 3

ANÁLISIS DE FORMAS DE ONDA DE ALTA FRECUENCIA PARA ALIMENTAR LÁMPARAS DE DESCARGA

Se procederá a realizar un análisis matemático de los requisitos que tienen que cumplir las formas de onda producidas por los inversores electrónicos de alta frecuencia, que se estudiarán más adelante, para minimizar el riesgo de aparición de resonancias acústicas en lámparas HID. En éste sentido, lo interesante no es la forma de onda de la corriente o de la tensión por la lámpara, sino la forma de onda de la potencia instantánea entregada por el inversor a la propia lámpara. Esta forma de onda se analiza teniendo en cuenta que el objetivo final del diseño es que las componentes en frecuencia de la potencia sean de poca amplitud. Por tanto, se calculan parámetros de las formas de onda en función de los valores de estas componentes en frecuencia, de manera que sea fácil imponer límites al diseño que aseguren buen comportamiento ante aparición de resonancias acústicas.

Índice del Capítulo

| | | |
|-------|--|------|
| 3.1 | INTRODUCCIÓN | 3-3 |
| 3.2 | FORMA DE ONDA SENOIDAL | 3-4 |
| 3.3 | FORMA DE ONDA CUADRADA..... | 3-6 |
| 3.3.1 | FORMA DE ONDA CUADRADA PERFECTA | 3-6 |
| 3.3.2 | FORMA DE ONDA CUADRADA CON TIEMPOS MUERTOS | 3-6 |
| 3.3.3 | FORMA DE ONDA RECTANGULAR ASIMÉTRICA | 3-10 |
| 3.4 | FORMA DE ONDA CUASICUADRADA..... | 3-14 |
| 3.4.1 | FORMA DE ONDA CUASICUADRADA ASIMÉTRICA | 3-14 |
| 3.4.2 | FORMA DE ONDA CUASICUADRADA SIMÉTRICA..... | 3-20 |
| 3.5 | CONCLUSIONES | 3-23 |
| 3.6 | REFERENCIAS..... | 3-25 |

3.1 INTRODUCCIÓN

El fenómeno de resonancias acústicas presenta un comportamiento físico que va a resultar interesante de cara al diseño electrónico, y es el hecho de que se trata de un fenómeno que implica una energía de activación para cada frecuencia. Para una determinada frecuencia de resonancia, se tendrá inestabilidad en el arco si la potencia entregada a esa frecuencia supera un determinado valor umbral. Así, es posible entregar potencia en estas frecuencias sin desatar el fenómeno si se tiene la precaución de que la amplitud de la potencia a estas frecuencias esté por debajo de un mínimo. Para estandarizar el análisis y la aplicabilidad de los resultados se toma el valor más restrictivo de este umbral de potencias, que puede situarse en el 5% sobre el valor de la potencia media [3]. Es decir, se parte de la base de que *la energía de activación de resonancias acústicas a cualquier frecuencia, se da cuando la amplitud de la potencia a esta frecuencia es superior al 5% de la potencia media entregada.*

Por tanto, puede comenzar el estudio de las formas de onda, para luego poder fijar parámetros de diseño en los inversores.

Cabe realizar en primer lugar una serie de consideraciones al estudio de las formas de onda:

- ❑ Cuando la forma de onda de salida es de alta frecuencia, la lámpara se comporta en régimen permanente como una resistencia. Esto implica que la corriente y la tensión en la lámpara van a ser proporcionales.
- ❑ La componente continua, tanto de la tensión como de la corriente, va a considerarse nula.

3.2 FORMA DE ONDA SENOIDAL

En los inversores resonantes, las formas de onda de tensión y corriente son senoidales (véase figura 3.1).

Por tanto, la potencia va a ser también una forma de onda senoidal, con la particularidad de que tendrá frecuencia doble y un valor de continua igual a la mitad de la amplitud de la potencia, como se deduce de las ecuaciones siguientes:

$$u(t) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t) \quad \text{ec. (3.1)}$$

$$i(t) = \frac{U}{R} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t) \quad \text{ec. (3.2)}$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = 2 \cdot \frac{U^2}{R} \cdot \cos^2(\omega t) \quad \text{ec. (3.3)}$$

aplicando relaciones trigonométricas, se llega a:

$$p(t) = 2 \cdot \frac{U^2}{R} \cdot \left(\frac{1 + \cos(2 \cdot \omega t)}{2} \right) = \frac{U^2}{R} \cdot (1 + \cos(2 \cdot \omega t)) = \frac{U^2}{R} + \frac{U^2}{R} \cdot \cos(2 \cdot \omega t) \quad \text{ec. (3.4)}$$

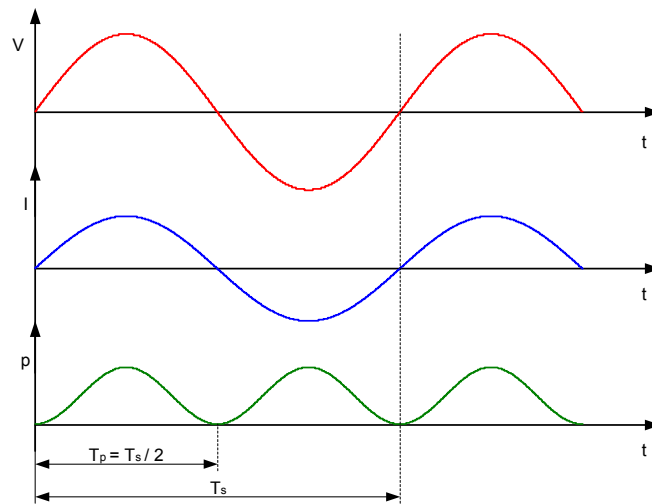


Figura 3.1. Formas de onda por la carga en un inversor senoidal

Así, vemos en la ecuación (3.4) cómo la expresión de la potencia viene dada por un valor medio igual a la potencia media por la carga más una única componente de la frecuencia doble. Además esta componente presenta una amplitud igual a la potencia media. El rizado de esta frecuencia, Δp , es igual al doble de la amplitud, por lo que:

$$\Delta p = 2 \cdot \frac{U^2}{R} \quad \text{ec. (3.5)}$$

Por tanto, la relación del rizado de potencia frente a la potencia media viene dada por un valor fijo en este caso,

$$r_{\text{rm}} = 2 \cdot \frac{\frac{U^2}{R}}{\frac{U^2}{R}} = 2$$

evidentemente superior siempre al 5% tomado como valor máximo.

De ahí que el balasto basado en inversores resonantes presente un pésimo comportamiento ante resonancias acústicas.

3.3 FORMA DE ONDA CUADRADA

Dentro de formas de onda cuadradas, se distinguen tres casos, que son el de forma de onda cuadrada perfecta, el caso de tiempos muertos y, por último, el caso de valores máximo y mínimo diferentes (forma de onda rectangular).

3.3.1 Forma de Onda Cuadrada Perfecta

La forma de onda cuadrada perfecta se obtiene cuando, tanto la corriente como la tensión, son cuadradas, con valor medio nulo y con ciclo de trabajo 0,5 (figura 3.2.a). Así, las expresiones obtenidas son las siguientes:

$$u(t) = \begin{cases} U & 0 < t < D \cdot T \\ -U & D \cdot T < t < T \end{cases}, D=0,5 \quad \text{ec. (3.6)}$$

$$i(t) = \begin{cases} \frac{U}{R} & 0 < t < D \cdot T \\ -\frac{U}{R} & D \cdot T < t < T \end{cases}, D=0,5 \quad \text{ec. (3.7)}$$

$$p(t) = \frac{U^2}{R} \quad \text{ec. (3.8)}$$

donde puede observarse cómo, en todo instante, el valor de la potencia instantánea es constante e igual a la potencia media por la carga.

Así, el desarrollo en serie de Fourier de esta potencia solamente presenta una componente continua de valor p_{AVG} , siendo cualquier componente en frecuencia nula.

Por tanto, la relación es $r_m=0$.

Se trata de la forma de onda ideal para alimentar lámparas de descarga a alta frecuencia. Sin embargo, es una forma de onda que no puede realizarse en la práctica. Así, hay que tener en cuenta ciertas limitaciones que se comentarán en los casos siguientes.

3.3.2 Forma de Onda Cuadrada con Tiempos Muertos

La forma de onda cuadrada perfecta es una forma de onda ideal. Para obtener algo parecido en la práctica debe contarse con unos tiempos muertos, que son fruto de la implementación real de la topología adecuada.

Teóricamente se tiene una modulación nula en alta frecuencia, en cuanto a la potencia, para este tipo de alimentación (ver figura 3.2.a). Sin embargo, debe contarse con que esta forma de onda es para un circuito ideal. Así, se tiene que deben existir ciertos tiempos muertos en la forma de onda de la potencia, debidos a los propios componentes que introducen retardos, o buscando evitar posibles cortocircuitos en las transiciones entre conducción y corte de los interruptores controlados. De esta forma, la verdadera onda de potencia que se observa es más parecida a la de la figura 3.2.b.

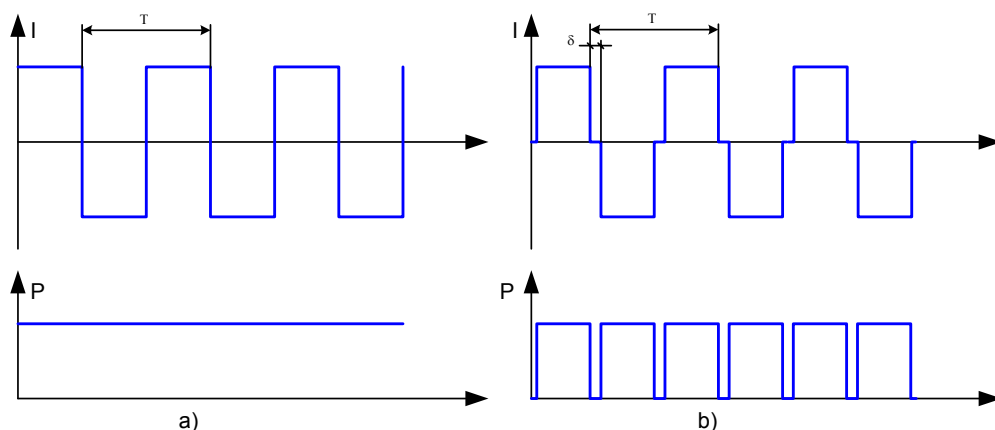


Figura 3.2 a) Forma de onda de corriente cuadrada y potencia asociada (carga resistiva); b) Forma de onda de corriente cuadrada con tiempo muerto y potencia asociada (carga resistiva)

Para una frecuencia f , puede definirse la corriente en un periodo como

$$I_{\text{Lamp}}(t) = \begin{cases} 0 & t < \frac{d}{2} \\ I_{\text{RL}} & \frac{d}{2} < t < \frac{T-d}{2} \\ 0 & \frac{T-d}{2} < t < \frac{T+d}{2} \\ -I_{\text{RL}} & \frac{T+d}{2} < t < T - \frac{d}{2} \\ 0 & T - \frac{d}{2} < t < T \end{cases} \quad \text{ec. (3.9)}$$

y

$$V_{\text{Lamp}}(t) = R_{\text{Lamp}} \cdot I_{\text{Lamp}}(t).$$

donde d es el tiempo muerto (en un periodo de conmutación existen dos tiempos muertos).

Por tanto la potencia por la lámpara puede expresarse como

$$P_{Lamp}(t) = \begin{cases} 0 & t < \frac{d}{2} \\ I_{RL}^2 \cdot R_{Lamp} & \frac{d}{2} < t < \frac{T-d}{2} \\ 0 & \frac{T-d}{2} < t < \frac{T+d}{2} \\ I_{RL}^2 \cdot R_{Lamp} & \frac{T+d}{2} < t < T - \frac{d}{2} \\ 0 & T - \frac{d}{2} < t < T \end{cases} \quad \text{ec. (3.10)}$$

donde se considera $I_{RL}^2 \cdot R_{LAMP}$ como una constante. Denominando a esta constante P_{Lm} , se tiene finalmente:

$$P_{Lamp}(t) = \begin{cases} 0 & t < \frac{d}{2} \\ P_{Lm} & \frac{d}{2} < t < \frac{T-d}{2} \\ 0 & \frac{T-d}{2} < t < \frac{T+d}{2} \\ P_{Lm} & \frac{T+d}{2} < t < T - \frac{d}{2} \\ 0 & T - \frac{d}{2} < t < T \end{cases} \quad \text{ec. (3.11)}$$

y la potencia por la lámpara se da en función de P_{Lm} y d . Ahora bien, puede decirse que, debido al tiempo muerto d , aparece una modulación en frecuencia, y por tanto una serie de componentes de frecuencia además de la componente de continua.

Para ver la magnitud de estas componentes de frecuencia, se calculan a continuación la descomposición en series de Fourier de la potencia instantánea por la lámpara, $P_{Lamp}(t)$;

La componente de continua viene de calcular el valor medio:

$$P_{Lamp0} = \frac{1}{T} \int_0^T P_{Lamp}(t) \cdot dt = \frac{P_{Lm} \cdot (T - 2 \cdot d)}{T} \quad \text{ec. (3.12)}$$

Los valores de los coeficientes de Fourier vienen dados por:

$$A_n = \frac{1}{T} \int_0^T P_{Lamp}(t) \cdot \cos\left(n \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T}\right) \cdot dt \quad \text{ec. (3.13)}$$

$$B_n = \frac{1}{T} \int_0^T P_{Lamp}(t) \cdot \sin\left(n \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T}\right) \cdot dt \quad \text{ec. (3.14)}$$

Por tanto, el valor de la amplitud de los armónicos de potencia de orden n puede expresarse como:

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad \text{ec. (3.15)}$$

Al haber simetría respecto al eje de ordenadas, se tiene que $B_n=0 \forall n$.

Los coeficientes A_n quedan de la forma:

$$A_n = P_{Lm} \cdot \sin\left(n \cdot \pi \cdot \frac{d}{T}\right) \cdot \frac{1 + \cos(n \cdot \pi)}{n \cdot \pi} \quad \text{ec. (3.16)}$$

es decir,

$$A_n = \begin{cases} P_{Lm} \cdot \sin\left(n \cdot \pi \cdot \frac{d}{T}\right) \cdot \frac{2}{n \cdot \pi} & \text{si } n \text{ par} \\ 0 & \text{si } n \text{ impar} \end{cases} \quad \text{ec. (3.17)}$$

lo que resulta lógico si se tiene en cuenta que la forma de onda de la potencia tiene frecuencia doble de la que presenta la tensión o la corriente.

Sin embargo, para dejar los resultados en función de la frecuencia de conmutación de la tensión y corriente, se mantiene esta notación.

Así, el primer armónico que aparece es para $n=2$, es decir, a frecuencia doble, y su valor es

$$A_n = \frac{P_{Lm}}{\pi} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{d}{T}\right) \quad \text{ec. (3.18)}$$

Este va a ser el mayor armónico de los que presenta la potencia, puesto que los demás valores decrecen al aumentar n .

Por tanto, es fácil obtener el porcentaje sobre el valor de la componente de continua de éste armónico, resultando:

$$A_n = \frac{(T - 2 \cdot d)}{\pi \cdot T} \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{d}{T}\right) \quad \text{ec. (3.19)}$$

Si se define δ como el tiempo muerto en función del periodo, es decir, si se toma

$$\delta = \frac{d}{T} \quad \text{ec. (3.20)}$$

entonces puede definirse:

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{1}{\pi \cdot (1 - 2 \cdot \delta)} \sin(2 \cdot \pi \cdot \delta) \quad \text{ec. (3.21)}$$

con lo que obtenemos el porcentaje del primer armónico de la potencia sobre su valor medio.

Ahora bien, de la literatura [1], [2], [4], [3], [5], se obtiene la conclusión de que para que las resonancias acústicas tengan lugar, debe superarse la energía de activación de las mismas, que viene dada frecuentemente en función de este mismo valor de porcentaje del primer armónico en función de la continua. Se tiene que para un valor de este parámetro del 5% ó menor, no aparecen resonancias en ningún caso.

Por tanto, teóricamente basta hacer

$$\frac{A_2}{A_0} = 0.05$$

y se obtiene el valor δ máximo de tiempo muerto permisible en la potencia de la lámpara.

Este valor resulta ser de

$$\delta=0.024$$

Es decir, el ancho de pulso de la corriente y de la tensión debe presentar un ciclo de trabajo, D, tal que

$$D \geq 95,2\% \quad \text{ec. (3.22)}$$

De esta forma puede calcularse el duty necesario para un máximo en el porcentaje del primer armónico significativo de la potencia por la lámpara.

El espectro de potencias presenta una forma como el que se ilustra en la figura 3.3.

3.3.3 Forma de Onda Rectangular Asimétrica

La forma de onda rectangular con ciclo de trabajo $D \neq 0,5$ y corriente media nula viene definida por el propio parámetro D. En la figura 3.4 se puede observar la forma de onda con los parámetros de diseño tomados en consideración en este análisis. Así, puede estudiarse cuál es el D mínimo que debe cumplir la forma de onda para que el porcentaje del primer armónico de la potencia sea el 5% del valor medio de potencia.

Para ello, puede definirse esta forma de onda como

$$i(t) = \begin{cases} I_1 & 0 < t < D \cdot T \\ -I_2 & D \cdot T < t < T \end{cases} \quad \text{ec. (3.23)}$$

donde debe fijarse que el valor medio sea nulo, por lo que

$$I_1 \cdot D = I_2 \cdot (1 - D) \quad \text{ec. (3.24)}$$

Además, la potencia media puede traducirse como

$$p = I_1^2 \cdot R \cdot D + I_2^2 \cdot R \cdot (1 - D) \quad \text{ec. (3.25)}$$

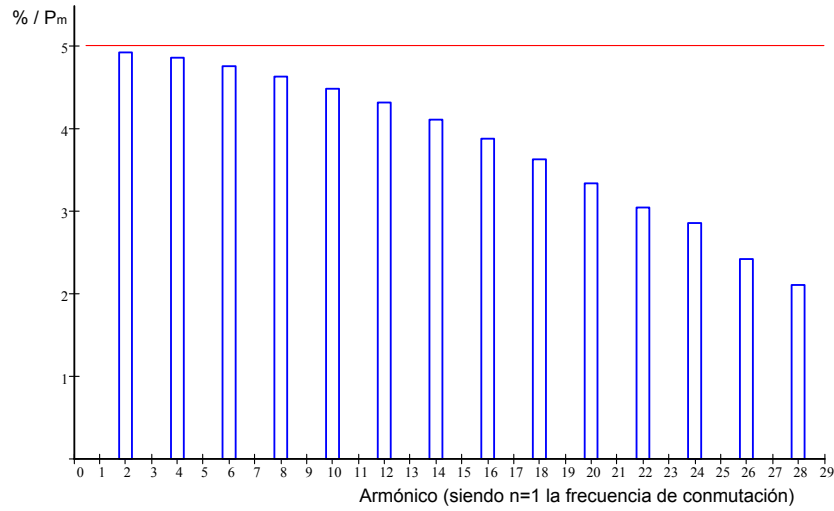


Figura 3.3 Espectro de Potencias de onda cuadrada de tensión con un tiempo muerto total del 4,8%.

Por tanto, para el análisis que nos ocupa es mejor expresar la tensión de entrada en función de la potencia media y del ciclo de trabajo. De la ecuación (3.24),

$$I_2 = \frac{D}{1 - D} \cdot I_1 \quad \text{ec. (3.26)}$$

y de (3.25),

$$p = I_1^2 \cdot R \cdot \frac{D}{1 - D} \quad \text{ec. (3.27)}$$

Por tanto,

$$u(t) = \begin{cases} \sqrt{p_{AVG} \cdot R \cdot \frac{1 - D}{D}} & 0 < t < D \cdot T \\ -\sqrt{p_{AVG} \cdot R \cdot \frac{D}{1 - D}} & D \cdot T < t < T \end{cases} \quad \text{ec. (3.28)}$$

La corriente se expresa entonces como

$$i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{p_{AVG} \cdot 1 - D}{R \cdot D}} & 0 < t < D \cdot T \\ -\sqrt{\frac{p_{AVG} \cdot D}{R \cdot 1 - D}} & D \cdot T < t < T \end{cases} \quad \text{ec. (3.29)}$$

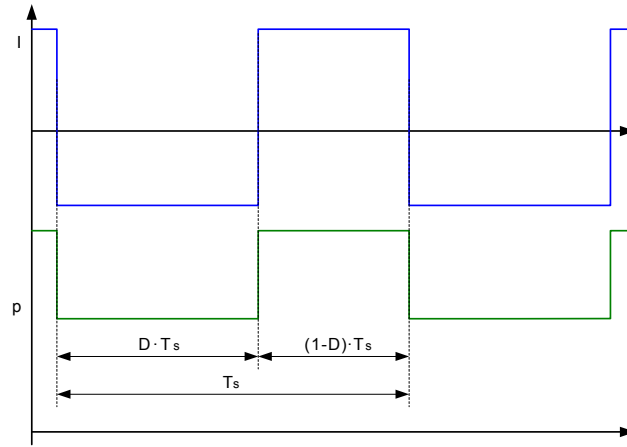


Figura 3.4 Forma de onda rectangular con corriente media nula.

La potencia instantánea puede entonces expresarse como

$$p(t) = \begin{cases} p_{AVG} \cdot \frac{1-D}{D} & 0 < t < D \cdot T \\ p_{AVG} \cdot \frac{D}{1-D} & D \cdot T < t < T \end{cases} \quad \text{ec. (3.30)}$$

El valor medio de esta forma de onda puede expresarse como:

$$P_{Lamp0} = \frac{1}{T} \int_0^T P_{Lamp}(t) \cdot dt = p_{AVG} \quad \text{ec. (3.31)}$$

Los valores de los coeficientes de Fourier vienen dados por las ecuaciones (3.13) y (3.14), de donde

$$A_n = \frac{p_{AVG}}{2 \cdot n \cdot \pi} \cdot \frac{1-2 \cdot D}{D \cdot (1-D)} \cdot \text{sen}(2 \cdot n \cdot \pi \cdot D) \quad \text{ec. (3.32)}$$

$$B_n = \frac{p_{AVG}}{2 \cdot n \cdot \pi} \cdot \frac{1-2 \cdot D}{D \cdot (1-D)} \cdot [1 - \cos(2 \cdot n \cdot \pi \cdot D)] \quad \text{ec. (3.33)}$$

y, sustituyendo estas expresiones en (3.15)

$$C_n = \frac{p_{AVG}}{2 \cdot n \cdot \pi} \cdot \frac{1-2 \cdot D}{D \cdot (1-D)} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \cos(2 \cdot n \cdot \pi \cdot D)} \quad \text{ec. (3.34)}$$

Por tanto, para conseguir una amplitud del 5% del valor de continua, el valor de D queda determinado entre:

$$0,48 < D < 0,52 \quad \text{ec. (3.35)}$$

Para el caso límite, el espectro de potencias es el de la figura 3.5.

Nótese que para $D=0,5$ se tiene una forma de onda cuadrada perfecta, y en ese caso $C_n=0$ para todo n .

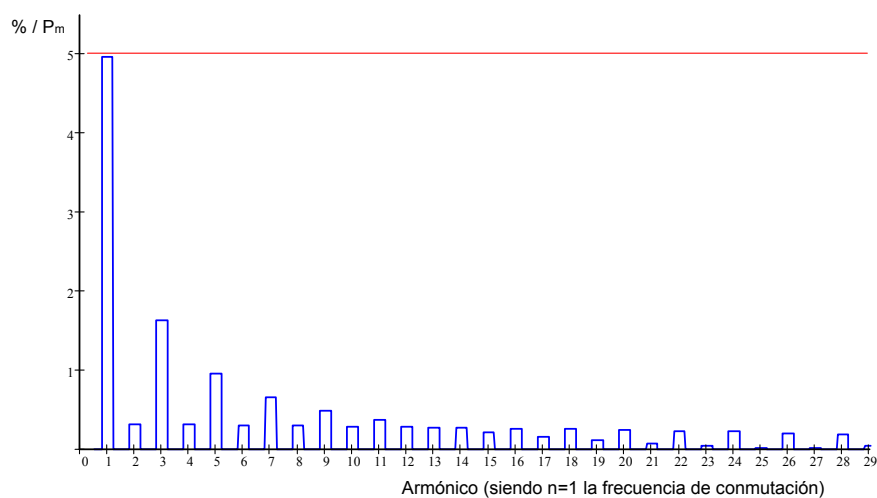


Figura 3.5 Espectro de Potencias de onda rectangular de tensión asimétrica con ciclo de trabajo del 48%

3.4 FORMA DE ONDA CUASICUADRADA

Existen una serie de inversores que proporcionan unas formas de onda parecidas a la forma cuadrada vista en los puntos anteriores. Estos inversores funcionan almacenando energía en inductancias que luego se descargan a través de la carga equivalente que presenta la lámpara. Estas formas de onda se denominan formas de onda cuasicuadrada. Dependiendo de la topología empleada, puede tratarse de una forma de onda asimétrica o simétrica. Se analizan en el presente punto.

3.4.1 Forma de Onda Cuasicuadrada Asimétrica

Se obtiene de un inversor como el de la figura 3.7 a partir de un bus de tensión continua. Para definir la forma de onda se necesitan una serie de parámetros: el valor de la corriente en la zona plana, así como los valores máximo y mínimo de la corriente en la descarga exponencial (ver figura 3.6). También hay que especificar el ciclo de trabajo.

Se van a definir en este caso dos parámetros de diseño: el ciclo de trabajo y el rizado de corriente correspondiente a la descarga exponencial (variación de corriente en la descarga). De este modo quedan definidos los demás parámetros de la descarga.

Debe tenerse en cuenta que se analizan los armónicos de manera que siempre se tenga potencia nominal.

Así, la definición de la corriente por la lámpara puede ser de la forma:

$$i(t) = \begin{cases} i_{plana} & 0 < t < D \cdot T \\ -I_{max} \cdot e^{-\frac{t-D \cdot T}{\tau(D)}} & D \cdot T < t < T \end{cases} \quad \text{ec. (3.36)}$$

Debemos expresar los valores i_{plana} , I_{max} , en función de D y de Δi . Para ello, calculamos el valor medio de la potencia:

$$p(t) = i(t)^2 \cdot R \quad \text{ec. (3.37)}$$

$$p_{AVG} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) \cdot dt \quad \text{ec. (3.38)}$$

Se obtiene lo siguiente:

$$\frac{P_{AVG}}{R} = i_{plana}^2 \cdot D + \frac{I_{max}^2 \cdot \tau}{2 \cdot T} \left[1 - e^{-\frac{(1-D) \cdot T}{\tau}} \right] \quad \text{ec. (3.39)}$$

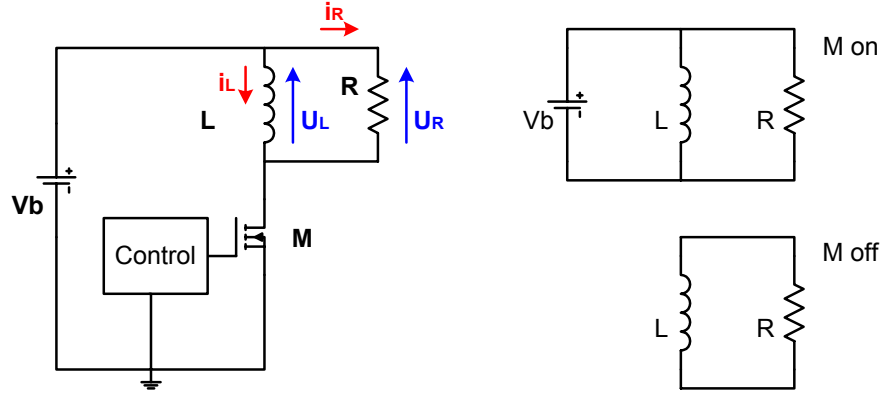


Figura 3.7: a) Circuito inversor Reductor-Elevador estudiado. b) Modos de conmutación del circuito.

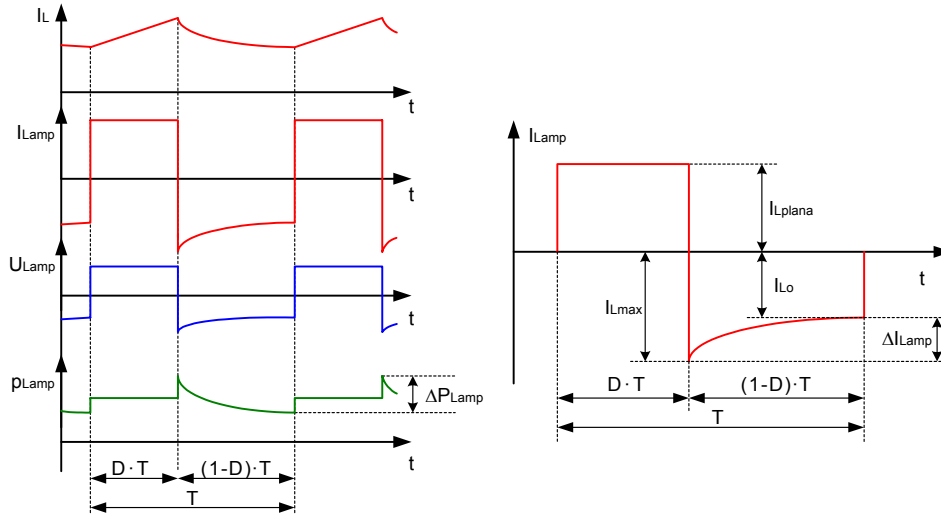


Figura 3.6 a) formas de onda en la inductancia y por la carga. b) forma de onda de corriente por la lámpara, objeto del estudio, con los parámetros que la caracterizan

De la descarga exponencial puede definirse el rizado de la corriente:

$$\Delta i = I_{max} - I_{max} \cdot e^{-\frac{(1-D) \cdot T}{\tau}} \quad \text{ec. (3.40)}$$

es decir:

$$\frac{\Delta i}{I_{max}} = 1 - e^{-\frac{(1-D) \cdot T}{\tau}} \quad \text{ec. (3.41)}$$

Puede definirse, entonces, la constante τ que cumple el rizado de corriente en el duty fijado:

$$\tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) = - \frac{(1-D) \cdot T}{\ln \left(1 - \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)} \quad \text{ec. (3.42)}$$

Otra condición es que la corriente media a lo largo de un periodo sea nula. Así,

$$I_{\text{AVG}} = \int_0^T i(t) \cdot dt = i_{\text{plana}} \cdot D - \frac{I_{\max} \cdot \tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)}{T} \cdot \left(1 - e^{-\frac{(1-D) \cdot T}{\tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)}} \right) = 0 \quad \text{ec. (3.43)}$$

por tanto,

$$i_{\text{plana}} = \frac{I_{\max} \cdot \tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) \cdot \frac{\Delta i}{I_{\max}}}{T \cdot D} \quad \text{ec. (3.44)}$$

Sustituyendo en la ecuación de la potencia media, se obtiene la expresión de I_{\max} en función de los parámetros de diseño, D y el rizado de corriente porcentual.

$$I_{\max} \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) = \sqrt{\frac{\frac{P_{\text{AVG}}}{R}}{\frac{\tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)^2}{T^2 \cdot D} + \frac{\tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)}{2 \cdot T} \cdot \left(1 - e^{-2 \cdot \frac{(1-D) \cdot T}{\tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)}} \right)}} \quad \text{ec. (3.45)}$$

que puede simplificarse en:

$$I_{\max} \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) = \sqrt{\frac{\frac{p_{\text{AVG}} \cdot T^2 \cdot D}{R \cdot \tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)^2}}{\left(\frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)^2 + \frac{T \cdot D \cdot \left(1 - e^{-2 \cdot \frac{(1-D) \cdot T}{\tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)}} \right)}{2 \cdot \tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)}}} \quad \text{ec. (3.46)}$$

De aquí, sustituyendo en la ecuación (3.44) se obtiene asimismo

$$i_{\text{plana}} \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) = \frac{I_{\max} \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) \cdot \tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) \cdot \frac{\Delta i}{I_{\max}}}{T \cdot D} \quad \text{ec. (3.47)}$$

La expresión de la corriente por la lámpara puede darse en función del duty y del rizado de corriente, teniéndose:

$$i(t) = \begin{cases} \frac{I_{\max} \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) \cdot \tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) \cdot \frac{\Delta i}{I_{\max}}}{T \cdot D} & 0 < t < D \cdot T \\ -I_{\max} \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) \cdot e^{-\frac{t-D \cdot T}{\tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)}} & D \cdot T < t < T \end{cases} \quad \text{ec. (3.48)}$$

Puede entonces obtenerse la expresión de la potencia instantánea, y de ahí obtener los armónicos correspondientes:

$$p(t) = \begin{cases} \left(\frac{I_{\max} \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) \cdot \tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) \cdot \frac{\Delta i}{I_{\max}}}{T \cdot D} \right)^2 & 0 < t < D \cdot T \\ \left(I_{\max} \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right) \right)^2 \cdot e^{-2 \cdot \frac{t-D \cdot T}{\tau \left(D, \frac{\Delta i}{I_{\max}} \right)}} & D \cdot T < t < T \end{cases} \quad \text{ec. (3.49)}$$

Así, los armónicos vienen dados por las expresiones (3.13) y (3.14); operando, se llega a:

$$A_n = \frac{-\tau \cdot I_{\max}^2}{2 \cdot (T^2 + n^2 \cdot \pi^2 \cdot \tau^2)} \left[T \cdot e^{-2 \cdot \frac{(1-D) \cdot T}{\tau}} - T \cdot \cos(2 \cdot D \cdot n \cdot \pi) + n \cdot \pi \cdot \tau \cdot \sin(2 \cdot D \cdot n \cdot \pi) \right] + \frac{I_{\text{plana}}^2}{2 \cdot n \cdot \pi} \cdot \sin(2 \cdot D \cdot n \cdot \pi) \quad \text{ec. (3.50)}$$

$$B_n = \frac{-\tau \cdot I_{\max}^2}{2 \cdot (T^2 + n^2 \cdot \pi^2 \cdot \tau^2)} \left[n \cdot \pi \cdot \tau \cdot e^{-2 \cdot \frac{(1-D) \cdot T}{\tau}} - n \cdot \pi \cdot \tau \cdot \cos(2 \cdot D \cdot n \cdot \pi) - T \cdot \sin(2 \cdot D \cdot n \cdot \pi) \right] - \frac{I_{\text{plana}}^2}{2 \cdot n \cdot \pi} \cdot (\cos(2 \cdot D \cdot n \cdot \pi) - 1) \quad \text{ec. (3.51)}$$

donde

$$\tau = \tau \left(D, \frac{\Delta I}{I_{\max}} \right) \quad \text{ec. (3.52)}$$

$$I_{\max} = I_{\max} \left(D, \frac{\Delta I}{I_{\max}} \right) \quad \text{ec. (3.53)}$$

Puede calcularse entonces la expresión de la amplitud del armónico n , si se tiene en cuenta la ecuación (3.15).

Puesto que las ecuaciones obtenidas son muy complejas, se presentan una serie de curvas en las que se da el valor de la amplitud del armónico n para un rizado de corriente $\frac{\Delta i}{I_{\max}}$ y para un ciclo de trabajo D determinado (figura 3.8).

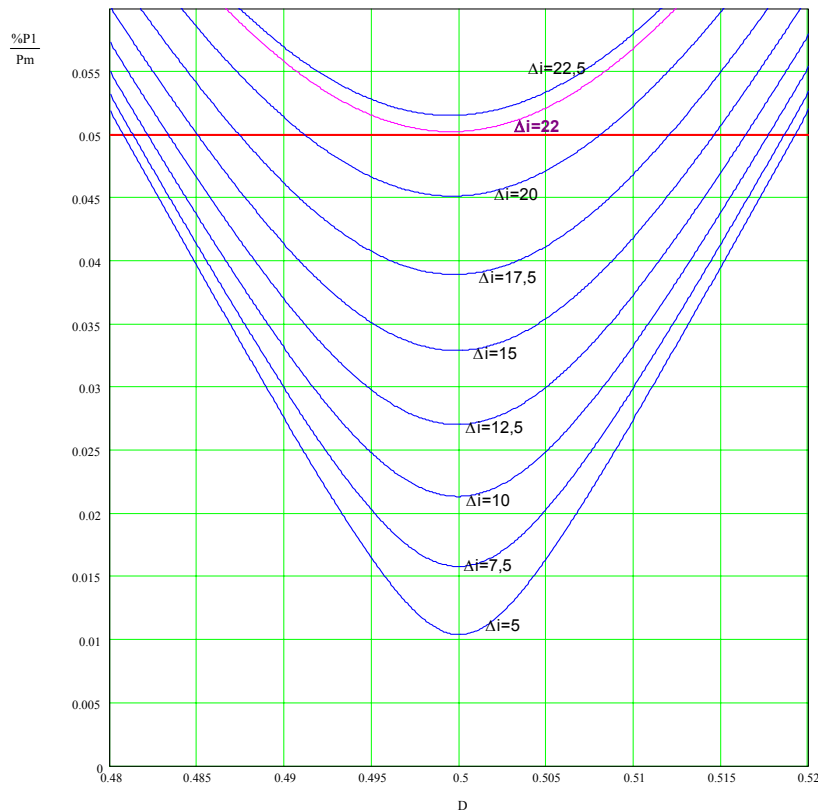


Figura 3.8 Porcentaje del primer armónico de potencia sobre la potencia media para diferentes ciclos de trabajo (D) y diferentes rizados de corriente en tanto por ciento (Δi). En color magenta se muestra el porcentaje de corriente máximo para cumplir la restricción del 5%, para un $\Delta i=22\%$.

Puede observarse como a medida que las especificaciones de rizado de corriente son mayores, el margen de ciclos de trabajo en el que se tiene que el primer armónico de la potencia es menor que el 5% de la potencia media disminuye.

Puede demostrarse que el primer armónico es, para valores de D en torno al 50%, el mayor de los armónicos. Esto se ilustra en las figuras 3.9 y 3.10, donde se tienen los diagramas análogos al anterior para armónicos superiores.

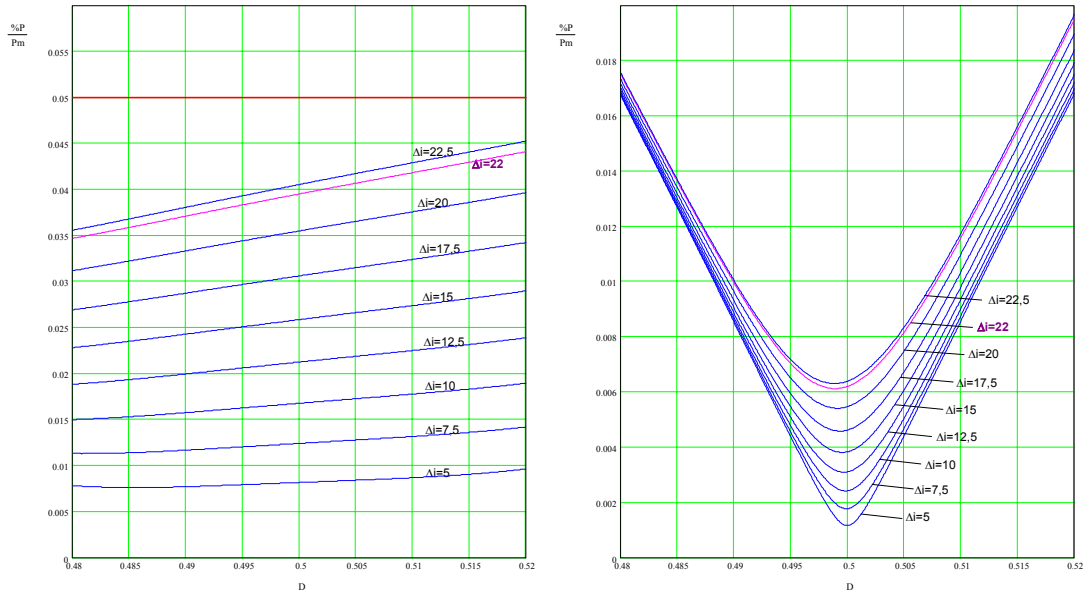


Figura 3.9

- a) Porcentaje del segundo armónico de potencia sobre la potencia media
b) Porcentaje del tercer armónico de potencia sobre la potencia media

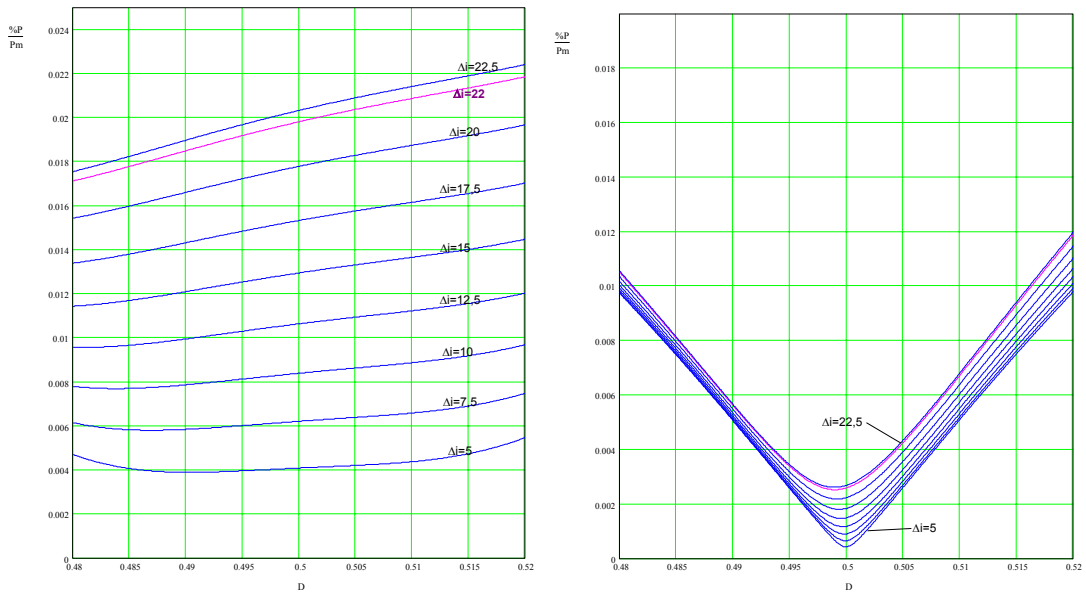


Figura 3.10

- a) Porcentaje del cuarto armónico de potencia sobre la potencia media
b) Porcentaje del quinto armónico de potencia sobre la potencia media

Una manera de actuar en el diseño de topologías sería comprobar la trayectoria dentro del gráfico $\%P-D-\Delta I$ del equipo de potencia evolucionando según los parámetros de envejecimiento.

3.4.2 Forma de Onda Cuasicuadrada Simétrica.

Si el inversor analizado es un medio puente alimentado en corriente, bajo determinadas condiciones operativas la onda obtenida es simétrica. Así, se obtiene el circuito de la figura 3.11, que es preciso analizar.

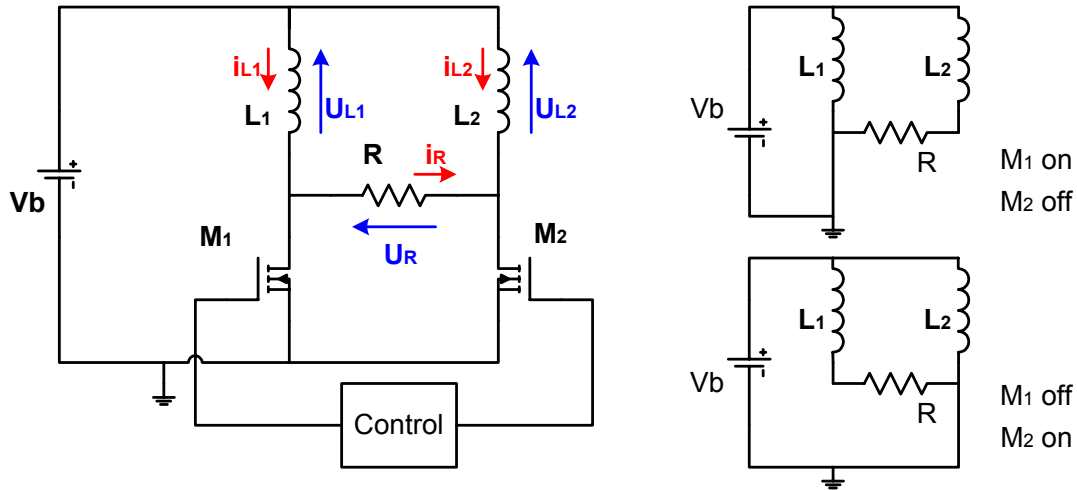


Figura 3.11. Circuito del inversor de dos interruptores, con los modos topológicos.

Se supone que ambas inductancias son iguales. Por tanto, para verificar que la corriente media por la carga sea nula, es preciso asegurar que el ciclo de trabajo sea $D=0,5$ (ver figura 3.12)

El análisis se simplifica entonces enormemente, puesto que la forma de onda va a tener solo un tramo de definición (al menos en la potencia).

El parámetro de diseño es ahora único, y se trata de $\frac{\Delta i}{I_{\max}}$.

Así, la corriente por la lámpara puede definirse como

$$I(t) = I_{\inf} - (I_{\max} - I_{\inf})e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{ec. (3.54)}$$

donde I_{\inf} sería la corriente de la expresión exponencial a la que se tiene el permanente en el circuito anterior, e I_{\max} representa la corriente máxima que se alcanza en la carga.

De esta manera, puede definirse el rizado de corriente si se tiene en cuenta que I_{\min} se tiene para $t=T/2$, por lo que:

$$I_{\min} = I_{\inf} - (I_{\max} - I_{\inf})e^{-\frac{T}{2\tau}} \quad \text{ec. (3.55)}$$

Resta, por tanto, definir los valores de I_{inf} , I_{max} y τ en función del parámetro $\frac{\Delta i}{I_{max}}$ y la frecuencia de conmutación. Para ello se tiene en cuenta también las relaciones (3.37) y (3.38).

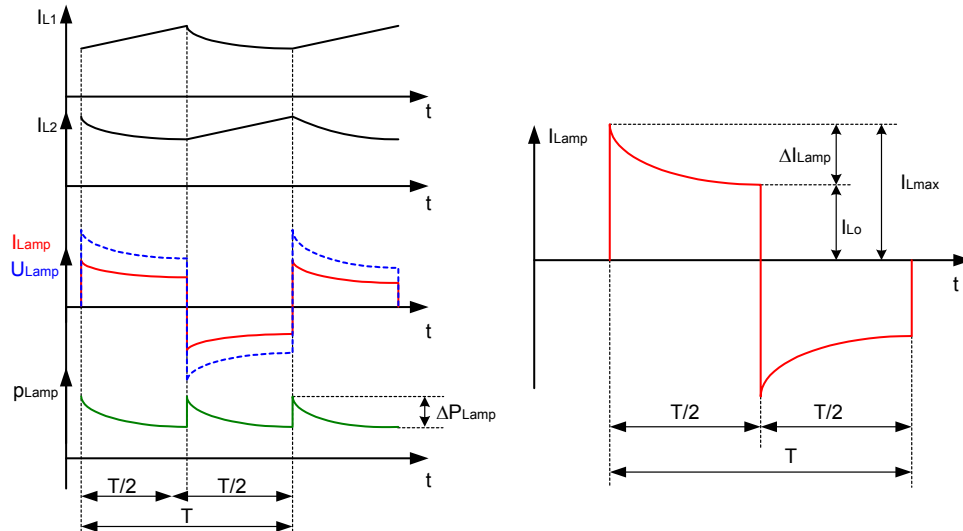


Figura 3.12 Formas de onda del inversor de dos transistores.

Se obtienen de este modo expresiones muy complicadas de manejar explícitamente, por lo que se ha optado por realizar cuadros como los del caso anterior. En la figura 3.13, se observan los valores que alcanza el módulo del primer armónico de potencia por la carga en función del rizado de corriente.

Así, en el diseño del inversor basta fijar el rizado de corriente máxima por la carga igual al 7,6% para estar seguros de que el primer armónico de potencia es como mucho igual al 5% de la potencia media.

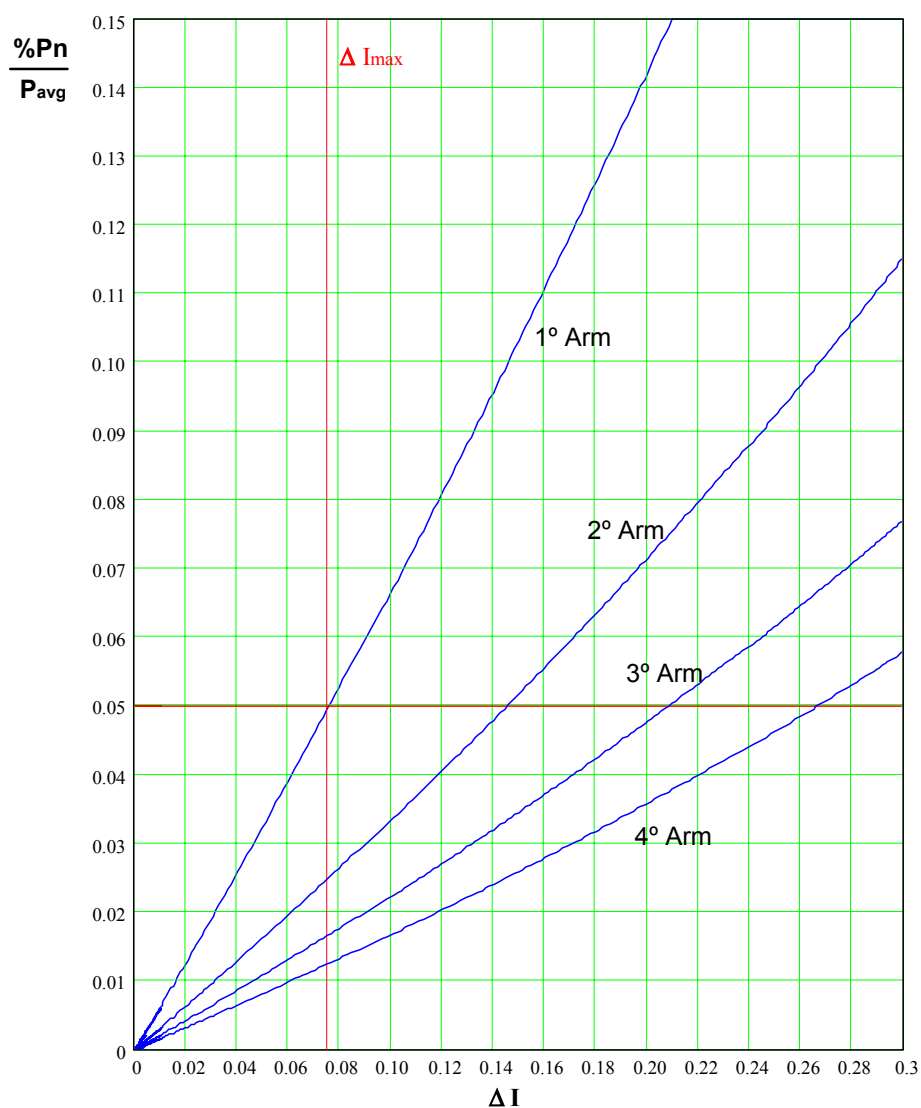


Figura 3.13 Amplitudes relativas de los primeros armónicos de potencia frente al rizado de corriente por la carga. Se observa que el valor límite de rizado es de $\Delta I_{max} = 7,6 \%$ (que corresponde a un valor del primer armónico de potencia del 5%)

3.5 CONCLUSIONES

Se han analizado distintas formas de onda de alta frecuencia, al objeto de alimentar lámparas de descarga. Se plantean límites en los parámetros que definen estas formas de onda, para que los armónicos de potencia resultantes no superen el 5% del valor medio de potencia. De este modo, se pretende definir formas de onda que puedan alimentar lámparas de alta intensidad de descarga sin que aparezcan resonancias acústicas, aún en márgenes de riesgo.

En primer lugar se observa cómo la forma de onda senoidal no es adecuada en absoluto para alimentar lámparas de descarga en alta frecuencia. Se tiene un único armónico en la potencia, el fundamental, de frecuencia doble de la de conmutación, con una amplitud igual a la potencia media entregada. Este armónico representa una modulación de potencia del 100%. Como se justificó anteriormente, se ha tomado un valor límite para el máximo armónico de potencia del 5%, con respecto al valor de la potencia media.

Lo ideal sería alimentar la lámpara mediante una forma de onda de potencia continua, que puede obtenerse mediante onda cuadrada perfecta de corriente. Sin embargo, esta forma de onda no puede obtenerse en la práctica, y es preciso introducir tiempos muertos o descargas exponenciales en la forma de onda.

Si se introducen en el análisis tiempos muertos, puede obtenerse el máximo valor del tiempo muerto δ que provoca una modulación determinada en la potencia de salida. Este valor de δ ronda el 2%, para un primer armónico de potencia del 5%. También podría razonarse el efecto de variar el ciclo de trabajo en una forma de onda rectangular, manteniendo la corriente media nula en un periodo de conmutación. Puede observarse cómo al alejarse del valor $D=0,5$ (simetría con respecto al semiperiodo), los valores de los coeficientes en frecuencia de la potencia aumentan enseguida por encima del valor límite. Interesa siempre, por tanto, ciclo de trabajo constante e igual a 0,5. Esta es una conclusión importante que se tendrá en cuenta en el capítulo dedicado al diseño de inversores.

Si por el contrario se introducen descargas exponenciales en las formas de onda, se tienen entonces las formas de onda cuasicuadradas. Para el caso de una sola descarga en cada periodo (forma de onda cuasicuadrada asimétrica), existen dos parámetros de diseño; por un lado, el propio rizado de corriente en la descarga, y por otro lado, el ciclo de trabajo de la forma de onda. Para ciclos de trabajo cercanos a 0,5, es posible obtener una forma de onda de potencia adecuada con rizados de corriente de hasta el 20%.

Si la forma de onda presenta dos descargas por ciclo (forma de onda cuasicuadrada simétrica), el ciclo de trabajo se fija a 0,5 (por simetría), con lo que se tiene exclusivamente como parámetro de diseño el rizado de corriente. Para que la potencia presente valores del primer armónico similares al caso anterior, el rizado sólo puede llegar a un 7%.

Por tanto, para las formas de onda cuasicuadradas, puede lograrse la misma modulación en potencia en ambos casos, pero con un rizado de corriente tres veces mayor en el caso de una sola descarga por periodo. En general, cuanto mayor sea el rizado de corriente admisible en una bobina, menor será el propio valor de la inductancia, y más sencillo será el sistema de control asociado al inversor. Esto plantea una primera ventaja en favor de la forma de onda cuasicuadrada asimétrica, que se tendrá en cuenta también a la hora de realizar el estudio de los inversores propuestos.

3.6 REFERENCIAS

- [1] Elembaas, W.; "High Pressure Mercury Vapour Lamps and Their Applications", Philips Technical Library, 1965.
- [2] Groot, J. de; Vliet, J. van; "The High Pressure Sodium Lamp", Philips Technical Library, 1986
- [3] Laskai, L.; Enjeti, P.; Pitel, I.; "White-Noise Modulation of High-Frequency High-Intensity Discharge Lamp Ballasts", IAS 1994.
- [4] Meyer, C.; Nienhuis, H.; "Discharge Lamps", Philips Technical Library, 1988
- [5] Peng, H.; Ratanapanachote, S.; Enjeti, P.; Laskai, L.; Pitel, I.; "Evaluation of Acoustic Resonance in Metal Halide (MH) Lamps And an Approach to Detect its Occurrence", IAS 1997