

COMPARACIÓN ENTRE EL CONVERTIDOR DIRECTO RETRASADO IDEAL Y EL CONVERTIDOR DIRECTO RETRASADO REAL

Inicialmente obtendremos las tensiones de salida del convertidor utilizando las expresiones correspondientes al caso real y al caso simplificado.

Definición de variables

Tensión de entrada (valor de pico)

$$V_{gnom} := \sqrt{2} \cdot 220$$

Tensión de salida del convertidor Directo Retrasado

$$V_o := 50$$

Relación de transformación

$$n := 1$$

Inductancia Retrasadora

$$L_d := 400 \cdot 10^{-6}$$

Relación entre la inductancia de filtro y la inductancia retrasadora

$$k := 6$$

Inductancia de filtro

$$L := k \cdot L_d$$

Frecuencia de conmutación y periodo

$$f_s := 100 \cdot 10^3$$

$$T := \frac{1}{f_s}$$

CONVERTIDOR DIRECTO RETRASADO IDEAL

Resolución de las ecuaciones correspondientes al modelo ideal

$$d := 0.1$$

Given

$$V_o = \frac{V_{gnom}}{n} \cdot d - L_d \cdot f_s \cdot \frac{P}{V_o}$$

$$\text{Ideal}(P) := \text{find}(d)$$

Esta función calcula el ciclo de trabajo d en función de la potencia P

El margen de potencias es el siguiente

$$Pot := 1..100$$

CONVERTIDOR DIRECTO RETRASADO REAL

Obtención de la tensión de salida mediante las ecuaciones reales del convertidor (sólo MCC)

Las incógnitas son las siguientes:

d: ciclo de trabajo

ilv: corriente de valle (inductancia de filtro)

ilp: corriente de pico

td: tiempo de retraso introducido por la inductancia retrasadora

$$d := 0.1$$

$$ilv := 0.5$$

$$ilp := 5$$

$$td := 0.1 \cdot T$$

Given

$$\frac{ilp + ilv}{2} = \frac{P}{V_o}$$

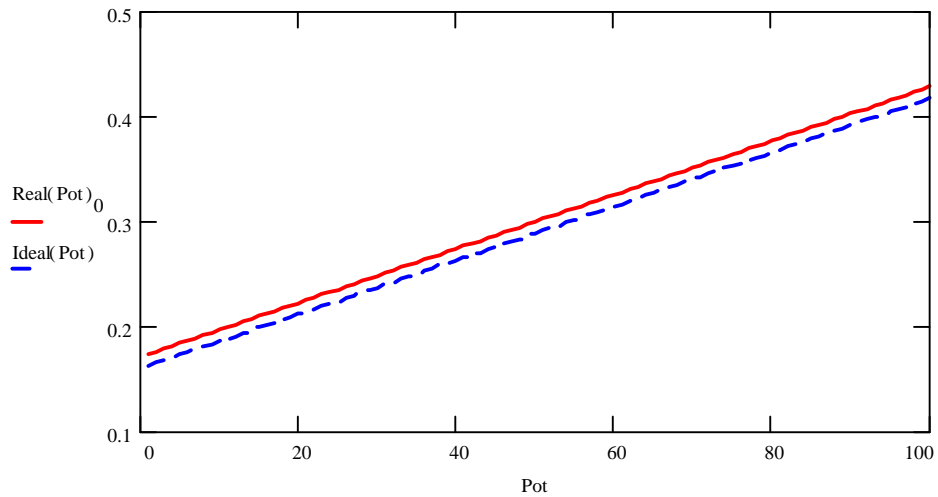
$$ilv = \frac{1}{L_d} \cdot \frac{V_{gnom}}{n} \cdot td$$

$$ilp = ilv + \frac{1}{L + Ld} \cdot \left(\frac{V_{gnom}}{n} - V_o \right) \cdot (d \cdot T - td)$$

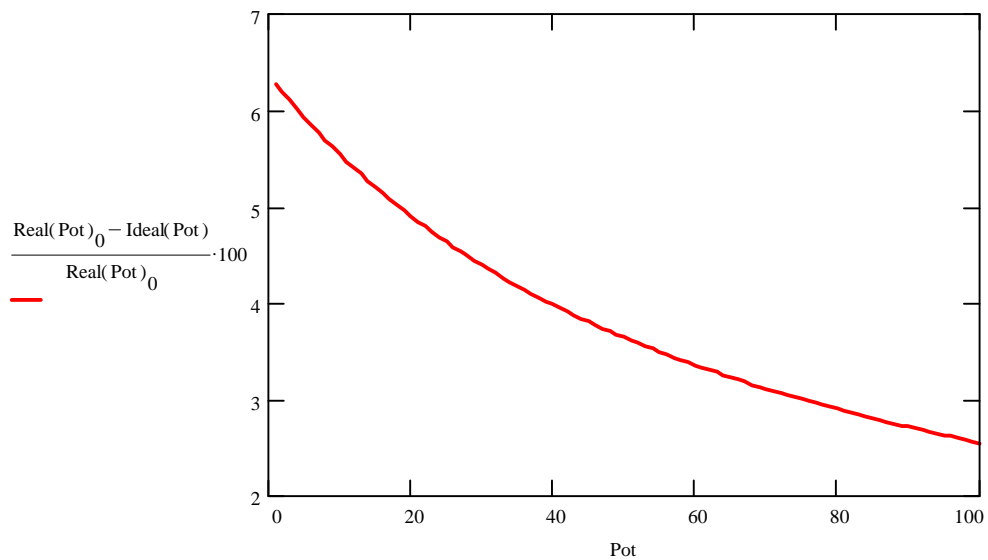
$$\frac{L}{L + Ld} \cdot \left(\frac{V_{gnom}}{n} - V_o \right) \cdot (d \cdot T - td) = V_o \cdot (T - d \cdot T + td)$$

$$Real(P) := find(d, td, ilv, ilp)$$

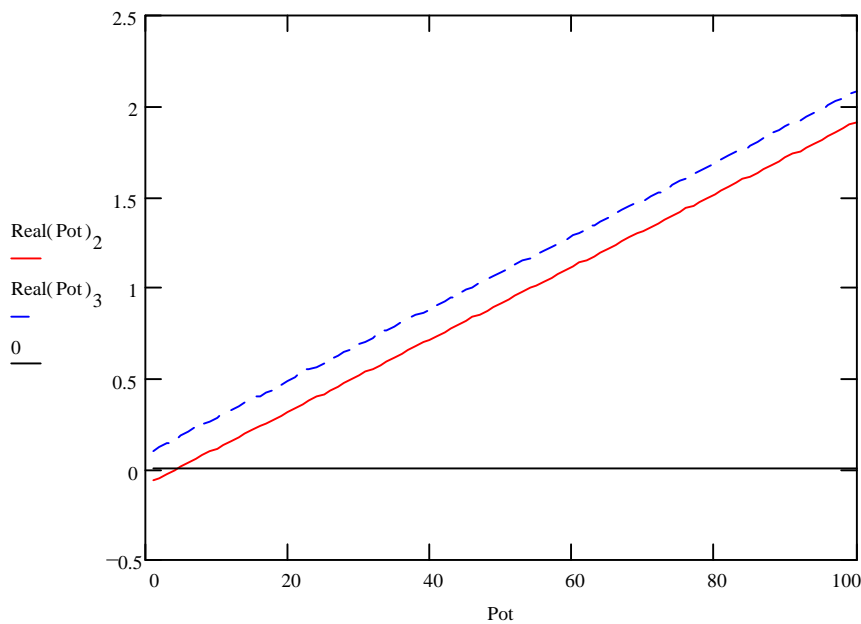
El siguiente gráfico muestra el ciclo de trabajo que se obtiene con ambos modelos



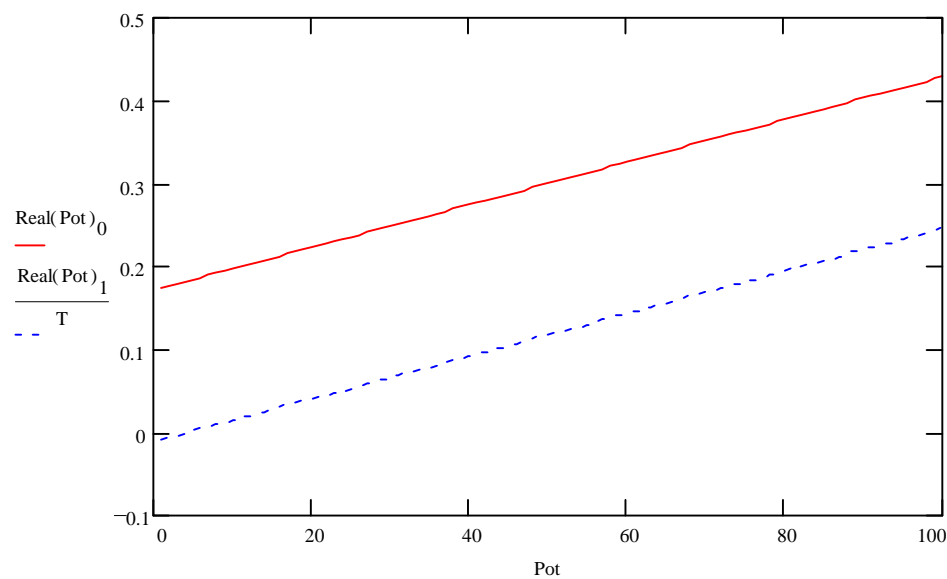
Error entre que se comete con la aproximación en %



Rizado de corriente (corriente de pico y corriente de valle)



El siguiente gráfico muestra el ciclo de trabajo y el tiempo de retraso en el caso real



EL CONVERTIDOR DIRECTO RETRASADO COMO CORRECTOR ACTIVO DE ARMÓNICOS

Una vez hecha la comparación entre los modelos real e ideal del convertidor Directo Retrasado, vamos a implementar las fórmulas para obtener las formas de onda de la corriente de entrada cuando utilizamos un Reductor Activo de Armónicos.

Inicialmente, obtendremos las formas de onda ideales utilizando el proceso de diseño explicado en el Capítulo 2.

La potencia máxima del convertidor es la siguiente:

$$P_{\max} := 200$$

El ángulo de conducción deseado a potencia máxima y tensión de entrada nominal es el siguiente:

$$\phi_{\text{cnorma}} := 90 - \frac{\pi}{180}$$

Con estos datos puedo calcular el valor de la Resistencia Sin Pérdidas

$$R_{SP} := \frac{V_{gnom}^2}{2 \cdot \pi \cdot P_{max}} \cdot (\phi_{cnorma} - \sin(\phi_{cnorma}))$$

$$R_{SP} = 43.$$

Del valor de la Resistencia Sin Pérdidas podemos obtener el valor de la Inductancia Retrasadora

$$L_R := \frac{R_{SP}}{f_s}$$

$$L_R \cdot 10^6 = 439$$

uH

La expresión que nos da la corriente de entrada en el caso ideal es la siguiente:

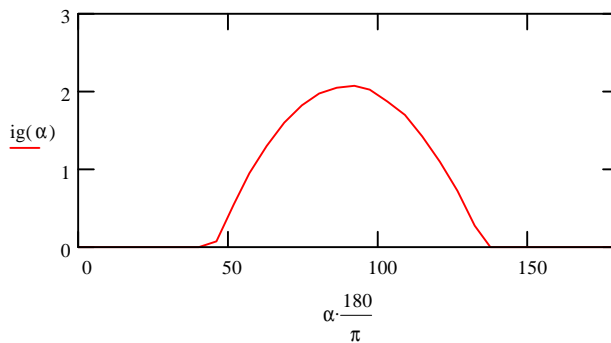
$$ig(\phi) := \text{if} \left(\frac{\sin(\phi) - \cos\left(\frac{\phi_{cnorma}}{2}\right)}{\phi_{cnorma} - \sin(\phi_{cnorma})} > 0, \frac{2 \cdot \pi \cdot P_{max}}{V_{gnom} \cdot \phi_{cnorma} - \sin(\phi_{cnorma})}, 0 \right)$$

Con esta fórmula tenemos la corriente media a frecuencia de red

Definimos los ángulos para un semiperiodo de red

$$\alpha := 0, 0.1 \dots \pi$$

La forma de la corriente de entrada es la siguiente:



Vemos que en parte la corriente es nula y en parte es una senoide y el ángulo de conducción es el especificado inicialmente

ECUACIONES PARA EL CASO REAL

El valor de la inductancia retrasadora será el mismo que en el caso Ideal

$$L_R = 4.3$$

Factor por el que multiplicamos la inductancia retrasadora para obtener la inductancia de filtro

$$k := 3$$

Inductancia de filtro

$$L := k \cdot L_R$$

Implementación de las ecuaciones reales en **MCC**

$$ilv := 0.5$$

$$ilp := 5$$

$$td := 0.1 \cdot T$$

$$Io := 2$$

$$Vo := 100$$

Given

$$\frac{ilp + ilv}{2} = Io$$

$$ilv = \frac{1}{L_R} \cdot \frac{V_c}{n} \cdot td$$

$$i_{lp} = i_{lv} + \frac{1}{L + L_R} \cdot \left(\frac{V_c}{n} - V_o \right) \cdot (d \cdot T - t_d)$$

$$\frac{L}{L + L_R} \cdot \left(\frac{V_c}{n} - V_o \right) \cdot (d \cdot T - t_d) = V_o \cdot (T - d \cdot T + t_d)$$

$$V_o = V_c - V_g$$

$$MCC(d, V_g, V_c, n) := \text{find}(t_d, i_{lv}, i_{lp}, V_o, I_o)$$

Con esta función podemos obtener la corriente de entrada para unos valores dados de tensión de entrada y tensión en el condensador de almacenamiento, en función del ciclo de trabajo.

Para el modo de conducción discontinuo (**MCD**), las ecuaciones son las siguientes:

$$i_{lp} := 5$$

$$V_o := 100$$

$$I_o := 2$$

$$t_2 := 0.1 \cdot T$$

Given

$$\frac{1}{2} \cdot \left(d + \frac{t_2}{T} \right) \cdot i_{lp} = I_o$$

$$i_{lp} = \frac{1}{L + L_R} \cdot \left(\frac{V_c}{n} - V_o \right) \cdot (d \cdot T)$$

$$t_2 = i_{lp} \cdot \frac{L}{V_o}$$

$$\frac{L}{L + L_R} \cdot \left(\frac{V_c}{n} - V_o \right) \cdot (d \cdot T) = V_o \cdot t_2$$

$$V_o = V_c - V_g$$

$$MCD(d, V_g, V_c, n) := \text{find}(i_{lp}, V_o, I_o, t_2)$$

Combinando los modelos de MCC y MCD, obtenemos la corriente de entrada en el caso real

Corriente de pico a la entrada

$$i_{pk}(d, V_g, V_c, n) := \text{if} \left[\left(MCC(d, V_g, V_c, n)_1 < 0 \right), MCD(d, V_g, V_c, n)_0, MCC(d, V_g, V_c, n)_2 \right]$$

Corriente media a la entrada

$$i_{med}(d, V_g, V_c, n) := \text{if} \left[\left(MCC(d, V_g, V_c, n)_1 < 0 \right), \text{if} \left(MCD(d, V_g, V_c, n)_2 < 0, 0, MCD(d, V_g, V_c, n)_2 \right), MCC(d, V_g, V_c, n)_4 \right]$$

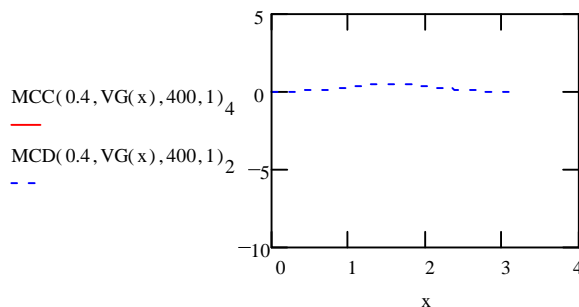
Definición de variables:

Ángulos para baja frecuencia:

$$x := 0, 0.01 \dots \pi$$

Tensión de entrada senoidal

$$VG(x) := V_{gnom} \cdot \sin(x)$$



Tensión en el condensador de almacenamiento

$$V_c := 400$$

Relación de transformación del convertidor Directo retrasado

$$N := 1$$

Ahora podemos obtener la corriente de entrada (de pico y media) en función del ciclo de trabajo

para los valores que hemos introducido de VG y VC. Debemos **iterar** con el valor del ciclo de trabajo hasta obtener el mismo valor de potencia que en el caso ideal.

Ciclo de trabajo:

$$d1 := 0.474$$

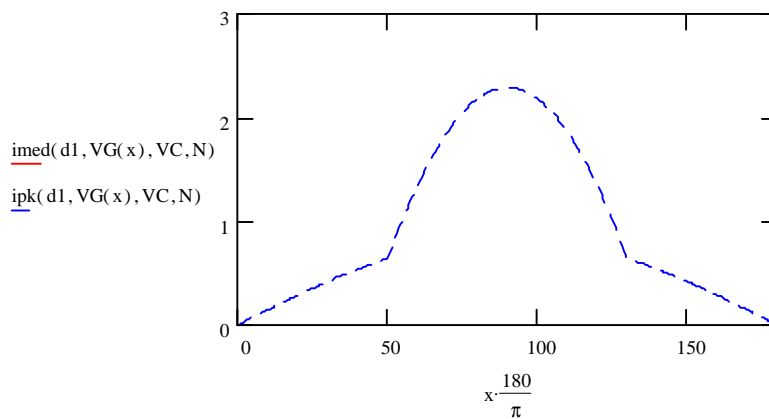
La **potencia** consumida por el convertidor es la siguiente:

$$\text{Potencia} := \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \text{VG}(x) \cdot \text{imed}(d1, \text{VG}(x), \text{VC}, N) \, dx$$

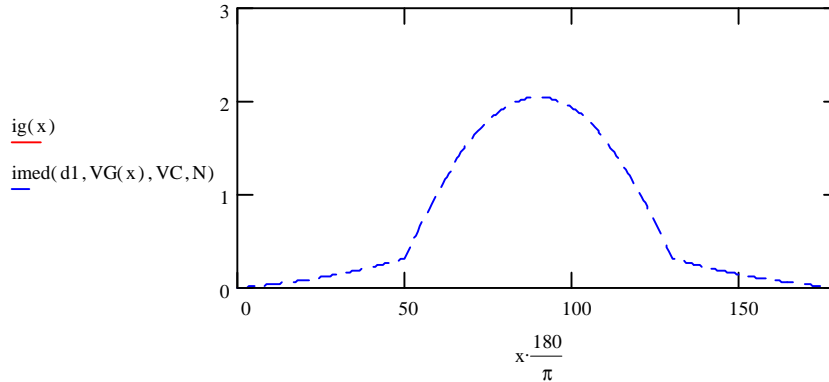
$$\text{Potencia} = 202$$

$$\text{Pmax} = 200$$

Las formas de onda de la corriente de entrada media y de pico son por tanto las siguientes



Comparación entre las formas de onda de la corriente de entrada REALES e IDEALES



Cálculo de la corriente eficaz teniendo en cuenta la frecuencia de conmutación

Área de un período de conmutación cuando opera en MCD

$$\text{iefidis}(d, \text{Vg}, \text{Vc}, n) := \frac{(\text{MCD}(d, \text{Vg}, \text{Vc}, n)_0)^2}{3} \cdot (d \cdot T + \text{MCD}(d, \text{Vg}, \text{Vc}, n)_3)$$

Área de un período de conmutación cuando opera en MCC

$$\text{ieficont}(d, \text{Vg}, \text{Vc}, n) := \left[\frac{(\text{MCC}(d, \text{Vg}, \text{Vc}, n)_2 - (\text{MCC}(d, \text{Vg}, \text{Vc}, n)_1)^2}{3} + (\text{MCC}(d, \text{Vg}, \text{Vc}, n)_1) \cdot (\text{MCC}(d, \text{Vg}, \text{Vc}, n)_2) \right] \cdot T$$

El período de red es de 100Hz por lo que para 100kHz debemos tomar 1000 sub-períodos

$$\text{MAX} := 1000$$

Función que une los dos modos de operación: MCC y MCD

$$f(q) := \text{if} \left[\left(\text{MCC} \left(d1, \text{VG} \left(\frac{\pi}{\text{MAX}} \cdot q \right), \text{VC}, N \right) < 0 \right), \text{iefidis} \left(d1, \text{VG} \left(\frac{\pi}{\text{MAX}} \cdot q \right), \text{VC}, N \right), \text{ieficont} \left(d1, \text{VG} \left(\frac{\pi}{\text{MAX}} \cdot q \right), \text{VC}, N \right) \right]$$

Corriente eficaz

$$I_2 := \sqrt{\left(\sum_{w=1}^{MAX-1} f(w) \right)} \cdot 100$$

$$I_2 = 1.0$$

Factor de Potencia

$$FP := \frac{P_{max}}{I_2 \cdot 220}$$

$$FP = 0.8$$

Se pueden calcular los ángulos de conducción y los ángulos límite entre MCD y MCC

$$M := \frac{L}{L + L_R}$$

(relación entre las inductancias)

Ángulo límite entre MCD y MCC

$$\phi_L(d, V_g, V_c, n) := \text{asin} \left[\frac{V_c}{V_g} \cdot \left[1 - \frac{M}{n} \cdot \frac{d}{M \cdot d + (1 - d)} \right] \right]$$

$$\phi_L(d1, V_{gnom}, 400, 1) \cdot \frac{180}{\pi} = 50.1$$

El nuevo ángulo el que se inicia la conducción es:

$$\phi(V_g, V_c, n) := \text{asin} \left[\frac{V_c}{V_g} \cdot \left(1 - \frac{1}{n} \right) \right]$$

$$\phi(V_{gnom}, 400, 1) \cdot \frac{180}{\pi} = 0$$

El ángulo de conducción es:

$$\phi_{cn} := (\pi - 2 \cdot \phi(V_{gnom}, 400, 1)) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\phi_{cn} = 180$$

Análisis armónico de las formas de onda Reales e Ideales

Una vez obtenidas las formas de onda correspondientes al modelo Real y al modelo Ideal, podemos realizar un estudio del contenido armónico de ambas formas de onda y ver así las diferencias entre ambas

Para ello, calcularemos cada uno de los armónicos de ambas formas de onda de la siguiente manera:

$$\text{ArmonicoReal}(i) := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \text{imed}(d1, V_G(y), V_C, N) \cdot \sin(i \cdot y) \, dy$$

$$\text{ArmonicoIdeal}(i) := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \text{ig}(y) \cdot \sin(i \cdot y) \, dy$$

Para los primeros armónicos (los más restrictivos), tenemos:

$$j := 3, 5, \dots, 11$$

Límites (A y D) * en función del ángulo de conducción, los límites son unos u otros

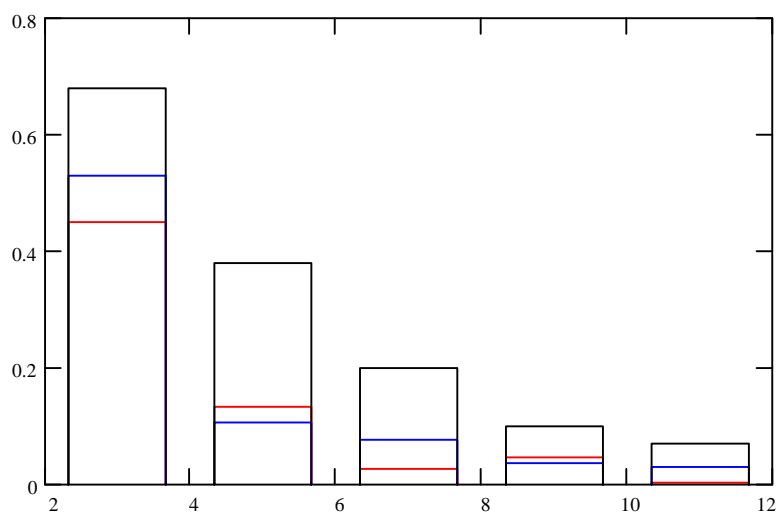
Comparación entre el modelo Real y el Ideal, además de la norma

NormaA_j :=

2.3
1.14
0.77
0.4
0.33

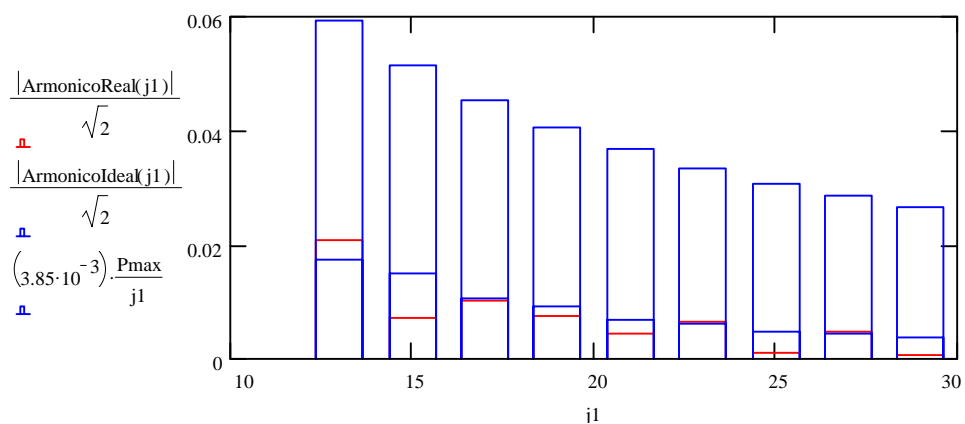
NormaD_j :=

$3.4 \cdot 10^{-3}$
$1.9 \cdot 10^{-3}$
$1 \cdot 10^{-3}$
$0.5 \cdot 10^{-3}$
$0.35 \cdot 10^{-3}$



Para el resto de armónicos:

j1 := 13, 15.. 29



Para estudiar más fácilmente las formas de onda reales, podemos aproximar la zona de MCD por rectas y comprobar si el contenido armónico de ambas formas de onda es muy distinto.

Aproximación de las formas de onda de MCD mediante rectas:

Forma de onda con valor máximo unitario con un ángulo de conducción ϕ_c

$$\Pi_1(\phi_c, \phi) := \frac{1}{1 - \cos\left(\frac{\phi_c}{2}\right)} \cdot \left(\sin(\phi) - \cos\left(\frac{\phi_c}{2}\right) \right)$$

Dado un ángulo ϕ_L en el que se pasa de MCD a MCC, se aproxima por una recta la zona de MCD

$$\Pi(\phi_c, \phi_L, \phi) := \text{if}\left(\phi < \phi_L, \frac{\Pi_1(\phi_c, \phi_L)}{\phi_L} \cdot \phi, \text{if}\left(\phi_L < \phi < \pi - \phi_L, \Pi_1(\phi_c, \phi), \frac{\Pi_1(\phi_c, \phi_L)}{\phi_L} \cdot \pi - \frac{\Pi_1(\phi_c, \phi_L)}{\phi_L} \cdot \phi\right)\right)$$

Comparemos ambas formas de onda:

El ángulo límite del MCD será el mismo para ambas y será el del caso Real

$$\phi_{L1} := \phi_L(d1, V_{gnom}, 400, 1)$$

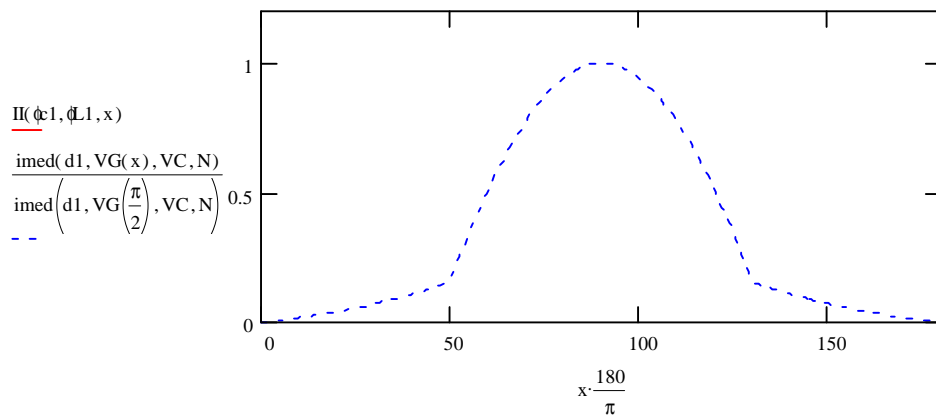
$$\phi_{L1} \cdot \frac{180}{\pi} = 50.1$$

El ángulo de conducción lo fijaremos para hacer similares las formas de onda

$$\phi_{c1} := 87 \cdot \frac{\pi}{180}$$

Tomamos un ángulo ligeramente menor para que la aproximación sea buena

Las formas de onda que se obtienen son:



Calculamos el valor de cada uno de los armónicos:

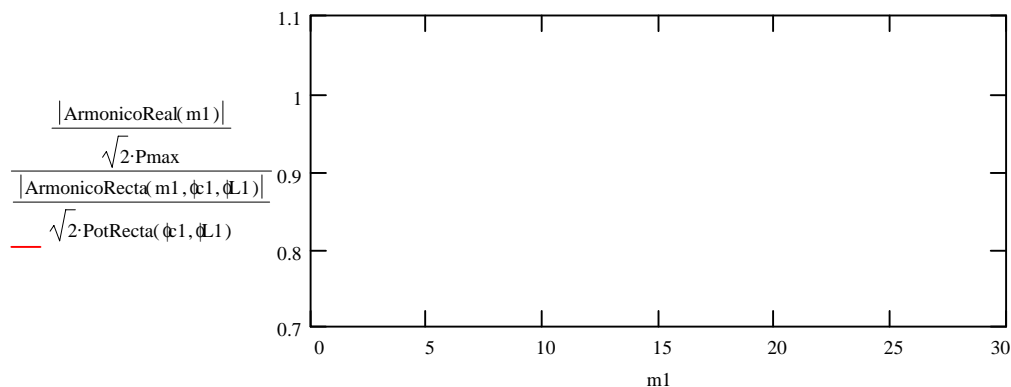
$$\text{ArmonicoRecta}(i, \phi_c, \phi_L) := \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \Pi(\phi_c, \phi_L, y) \cdot \sin(i \cdot y) \, dy$$

La potencia consumida es:

$$\text{PotRecta}(\phi_c, \phi_L) := \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \Pi(\phi_c, \phi_L, y) \cdot V_{gnom} \cdot \sin(y) \, dy$$

Comparación de los armónicos de ambos modelos (Relación entre el contenido armónico de ambos)

$$m1 := 3, 5, \dots, 29$$



La aproximación es muy buena, ya que los contenidos armónicos son muy parecidos. Por tanto, podemos estudiar el modelo aproximado por una recta para ver la influencia del punto límite del MCD en el contenido armónico.

Definimos los ángulos límite que vamos a estudiar

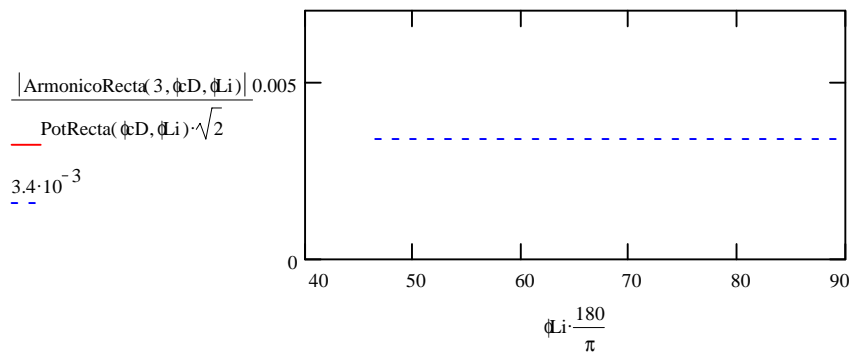
$$\phi_{Li} := \frac{\pi - \phi_1}{2}, \frac{\pi - \phi_1}{2} + 0.01 \cdot \frac{\pi}{2}$$

Al estudiar la Clase D, dividimos el valor de cada armónico por la potencia y calculamos el ángulo límite a partir del que se empieza a cumplir la norma. En el caso ideal, el ángulo mínimo para cumplir la norma en Clase D era 67.47°. Lo que buscamos es estudiar si es posible cumplir la norma con ángulos más pequeños, pero haciendo trabajar al convertidor más tiempo en discontinuo.

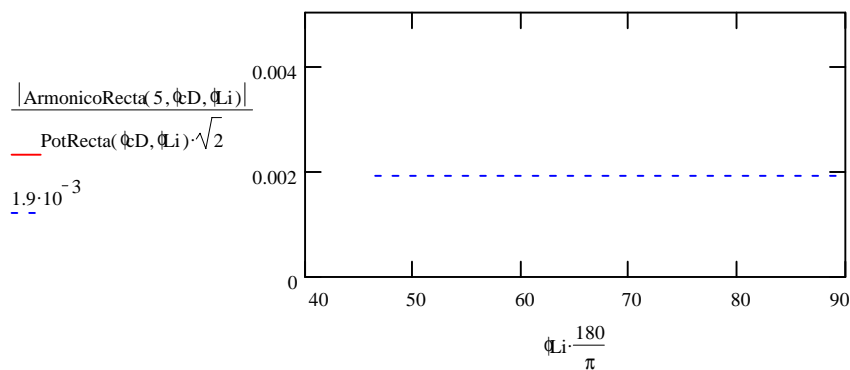
$$\phi_D := 60 \cdot \frac{\pi}{180}$$

Nuevo ángulo de conducción de diseño (< 67.47°)

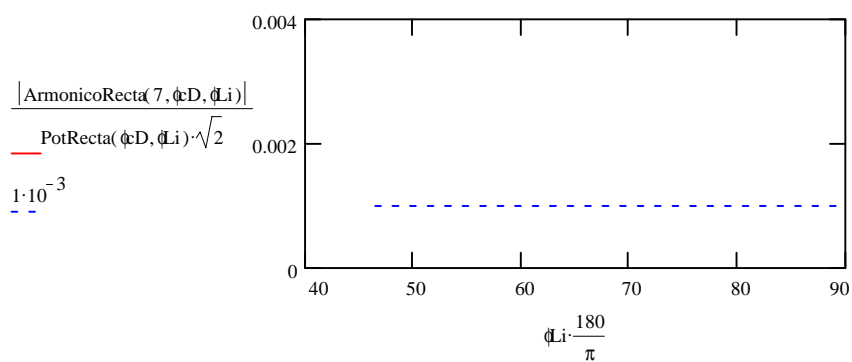
Armónico 3



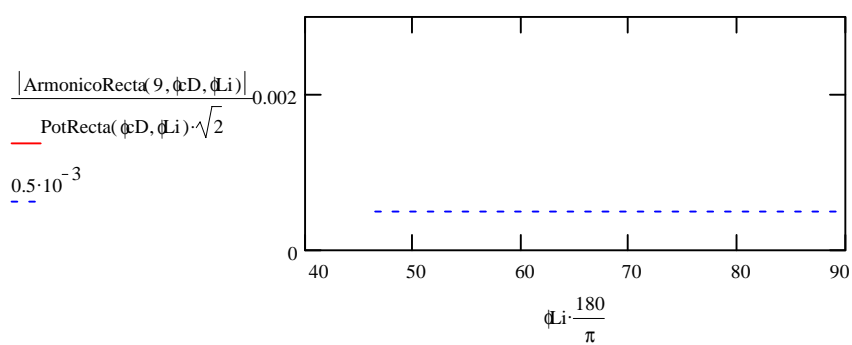
Armónico 5



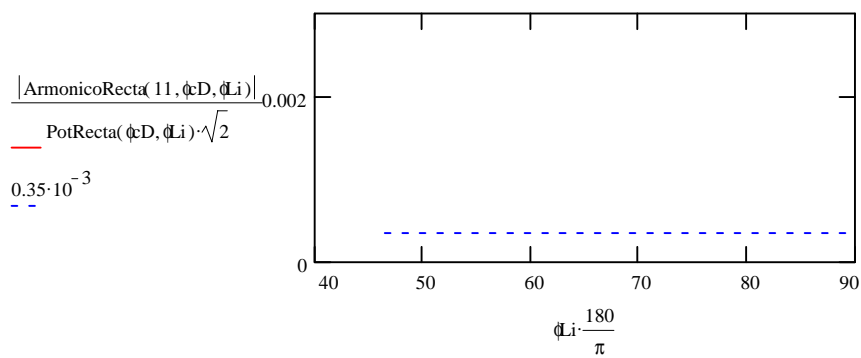
Armónico 7



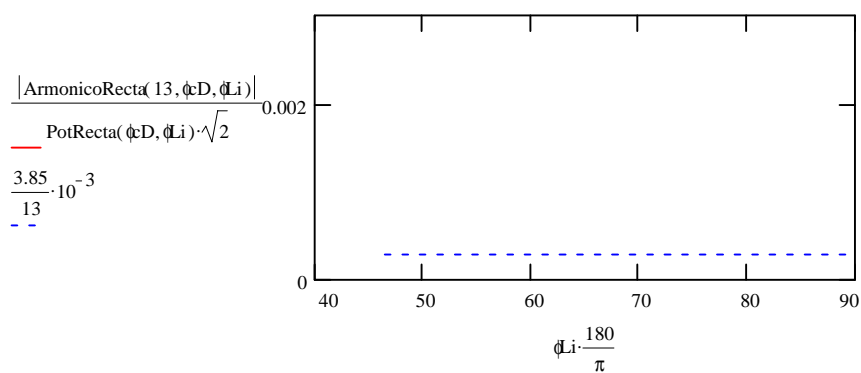
Armónico 9



Armónico 11



Armónico 13



Cálculo del ángulo límite para cada armónico:

$$\beta := 65 \cdot \frac{\pi}{180}$$

Given

$$|\text{ArmonicoRecta}(i, \phi D, \beta)| = H$$

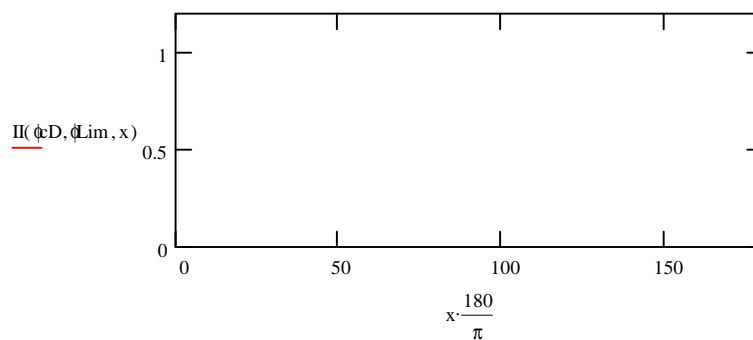
$$\text{PotRecta}(\phi D, \beta) \cdot \sqrt{2}$$

$$\text{LimiteRecta}(i, H) := \text{find}(\beta)$$

$$\text{LimiteRecta}(11, 0.35 \cdot 10^{-3}) \cdot \frac{180}{\pi} = 60.$$

El aspecto de la forma de onda de corriente de entrada es el siguiente:

$$\phi \text{Lim} := 61.146 \cdot \frac{\pi}{180}$$



Veamos el contenido armónico de esta forma de onda

